Отчет Фроленкова Д.А. за 2014 г.

Задача № 1. *О втором моменте L -рядов голоморфных параболических форм.*

Данная задача возникла при изучении аддитивной проблемы делителей, а именно, при исследовании остаточного члена в асимптотической формуле для

$$D_m^2(P) = \sum_{1 \leqslant n \leqslant P/m} d_2(n) d_2(mn+1), \tag{0.1}$$

где $d_2(n) = \sum_{n_1 n_2 = n} 1$. Хорошо известно см.[1] и[2] что попытка применить спектральные методы при исследовании (0.1) приводит к проблеме работы с конгруэнц подгруппой $\Gamma_0(N)$. Например, необходимо знать асимптотическое поведение (при усреднении по базису) второго момента L -рядов голоморфных параболических форм веса k и уровня N. При этом необходимо получить равномерную по k, N оценку остаточного члена, так как впоследствии данная оценка так же усредняется по k. Особую сложность представляет случай $k = 2$, так как в этом случаи возникают серьезные трудности, связанные с расходимостью различных интегралов и сумм, возникающих при попытке повторить схему доказательства из случая $k > 2$. Отметим, что в случаи модулярной группы этой проблемы не возникает, так как известно, что пространство голоморфных параболических форм пусто при $k = 2$. Основными методами исследования являются: формула Петерссона, формулы сверток обобщенных сумм делителей, различные свойства специальных функций (функций Бесселя, гипергеометрической функции,Г-функции).

В данный момент ведется работа по завершению доказательства.

Задача № 2. *О среднем значении длин цепных дробей с фиксированным знаменателем.*

Классическому алгоритму Евклида соответствует разложение числа в стандартную цепную дробь

$$\frac{a}{b} = [0; a_1 \ldots, a_s] = \cfrac{1}{a_1 + \ddots + \cfrac{1}{a_s}} \tag{0.2}$$

длины $s = s(a/b)$, в которой $a_1, \ldots, a_s$ — натуральные и $a_s \geqslant 2$ при $s \geqslant 1$. Портером [3] была получена следующая асимптотическая формула

$$\frac{1}{\varphi(d)} \sum_{\substack{1 \leqslant c \leqslant d \\ (c,d)=1}} s(c/d) = \frac{2 \log 2}{\zeta(2)} \log d + C_P - 1 + O_\varepsilon(d^{-1/6+\varepsilon}), \tag{0.3}$$

где $\varepsilon > 0$, C_P -константа Портера

$$C_P = \frac{2\log 2}{\zeta(2)} \left(\frac{3 \log 2}{2} + 2\gamma - 2\frac{\zeta'(2)}{\zeta(2)} - 1 \right) - \frac{1}{2}. \tag{0.4}$$

---

[1] W. Duke, J.B.Friedlander, H.Iwaniec.A quadratic divisor problem, Inventiones Math., 1994, 115, pp.209-217.

[2] В.А.Быковский, А.И.Виноградов, Н.В.Кузнецов.Generalized summation formula for inhomogenius convolution, International conference Automorphic function and their application, Khabarovsk, 27.06.1988-04.07.1988.

[3] J.W.Porter.On a theorem of Heilbronn. Mathematika, 22:1 (1975), 20-28

Устиновым[4] была доказана асимптотическая формула (0.3) с остаточным членом

$$O_\varepsilon(d^{-1/6}\log^{7/6+\varepsilon}).$$

Используя современные методы аналитической теории чисел и идеи из доказательств различных результатов в аддитивной проблеме делителей предполагается получить лучший остаточный член вида $O_\varepsilon(d^{-1/6-\delta}),\ \delta > 0$ в асимптотической формуле (0.3). В данный момент ведется работа по доказательству данного результата.

Опубликованные и поданные в печать работы

1. Кан И.Д., Фроленков Д.А., "Усиление теоремы Бургейна-Конторовича" Изв. РАН. Сер. матем., 78:2 (2014) 87-144.

2. Frolenkov D.A., Kan I.D., "A reinforcement of the Bourgain-Kontorovich's theorem II" Moscow Journal of Combinatorics and Number Theory, 4:1 (2014) 78-117.

Участие в конференциях и школах

1. Moscow Workshop on Combinatorics and Number Theory, Moscow, Russia, 27.01.2014-02.02.2014.(сделан доклад "On the Polya-Vinogradov inequality and its generalization")

2. Summer School on Analytic Number Theory, IHES 09.07.2014-23.07.2014

Работа в научных центрах и международных группах

1. Работа в Хабаровском отделении Института прикладной математики Дальневосточного отделения РАН (февраль-март, май-июнь, ноябрь-декабрь 2014 г.)

Педагогическая деятельность

1. "Теория чисел и её приложения" (Бакалавриат; где читается: НИУ ВШЭ Факультет компьютерных наук; спец-я "Алгоритмика"; направление "010400.62 Прикладная математика и информатика"; 3-й курс, 1, 2 модуль)

2. "Научный семинар" (Бакалавриат; где читается: НИУ ВШЭ Факультет компьютерных наук; спец-я "Алгоритмика"; 3-й курс, 1-4 модуль)

[4] А.В.Устинов.Статистические свойства цепных дробей и их приложения. Докторская диссертация, Хабаровск 2008